

Educação diferenciada ordinária de segundo grau

Equações homogêneas lineares

Frequentemente encontramos no livro de equações diferenciais lineares de segunda ordem com coeficientes constantes. Tais equações possuem a forma

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a \frac{dy}{dx} + by = f(x) \text{ ou } y'' + ay' + by = f(x) \quad (1a) \quad (1b)$$

Uma classe particular das tais equações, chamadas equações homogêneas, resulta quando $f(x) = 0$. Nesta caso

$$y'' + ay' + by = 0 \quad (2)$$

Essas equações possuem algumas propriedades importantes

a) Se $y_1(x)$ é uma solução da eqn (2), então $C \cdot y_1(x)$, em que C é uma constante, também é uma solução.

b) Se $y_1(x)$ é uma solução e $y_2(x)$ é outra solução, ambas da eq (2), então $C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$, em que C_1 e C_2 são constantes, também é uma solução da eq (2). (Princípio de superposição)

As funções $y_1(x)$ e $y_2(x)$ são linearmente independentes se, e somente se, a eq

$$\lambda y_1(x) + \mu y_2(x) = 0 \quad (3)$$

é satisfeita apenas quando $\lambda = \mu = 0$. Se a eq (3) é satisfeita p' λ e p' μ não zero, então y_1 e y_2 são linearmente dependentes.

Até agora você tem a condição suficiente e necessária) para que um conjunto de funções $y_1, y_2, y_3, \dots$ seja linearmente independente e que o Wronskiano (determinante) não seja identicamente nulo

$$W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n \\ y_1' & y_2' & y_3' & \dots & y_n' \\ y_1'' & y_2'' & y_3'' & \dots & y_n'' \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & y_3^{(n-1)} & \dots & y_n^{(n-1)} \end{vmatrix} \quad (4)$$

em que $y^{(n)}$ é a n-ésima derivada de y em relação a x .